

Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Стереометрия.

Часть 2.

2017г.

Типы рассматриваемых задач:

- взаимное расположение элементов фигур в пространстве;
- расчетные задачи по вычислению расстояний между элементами фигур.

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Прямые в пространстве:

- параллельны,
- пересекаются,
- скрещиваются.

Плоскости в пространстве:

- параллельны,
- пересекаются.

Прямая и плоскость в пространстве:

- параллельны (и не имеют общих точек),
- прямая пересекает плоскость (одна общая точка),
- прямая принадлежит плоскости.

Измерение расстояний в пространстве:

Расстояние от точки до плоскости Расстояние от точки до плоскости измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость.

Расстояние от точки до прямой Расстояние от точки до прямой измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

Расстояние между скрещивающимися прямыми Расстояние между скрещивающимися прямыми измеряется длиной их общего перпендикуляра.

Расстояние между параллельными прямой и плоскостью Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью измеряется длиной их общего перпендикуляра.

Расстояние между параллельными плоскостями Расстояние между плоскостями измеряется длиной их общего перпендикуляра.

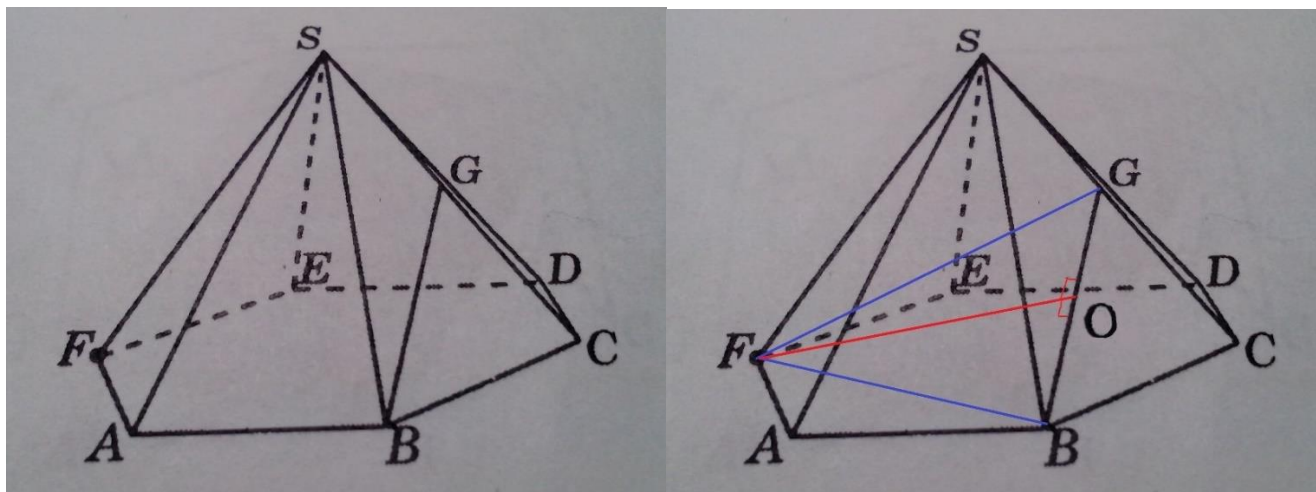
Задачи на измерение расстояний.

Пример 1.

В правильной 6-ти угольной пирамиде $SABCDEF$, ребро основания которой равно 1, а боковое ребро – 2, найдите расстояние от точки F до прямой BG , где G – середина ребра SC .

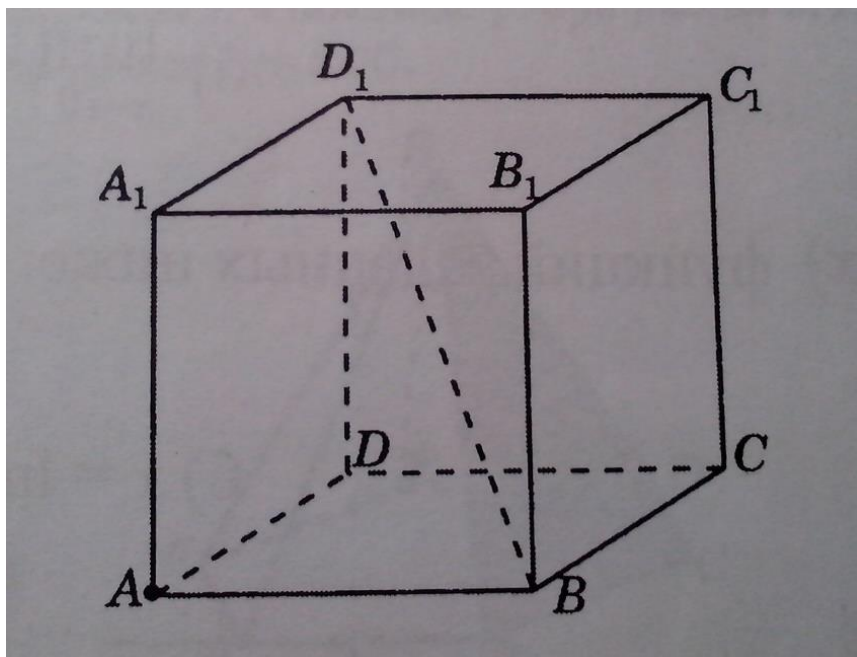
(Ответ: $\frac{\sqrt{42}}{4}$)

Рисунок с доп. построением:



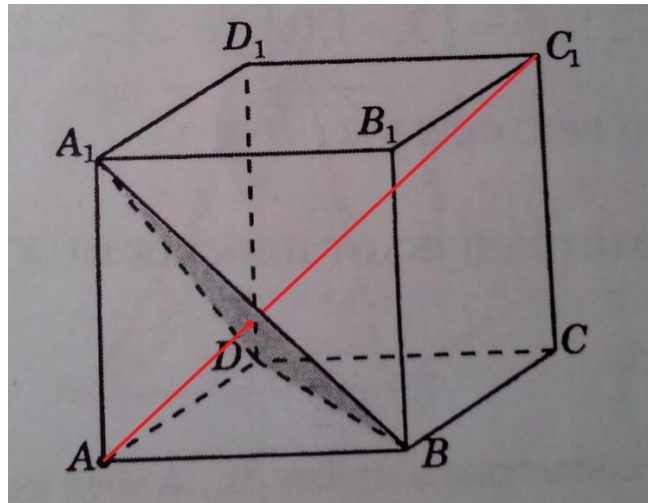
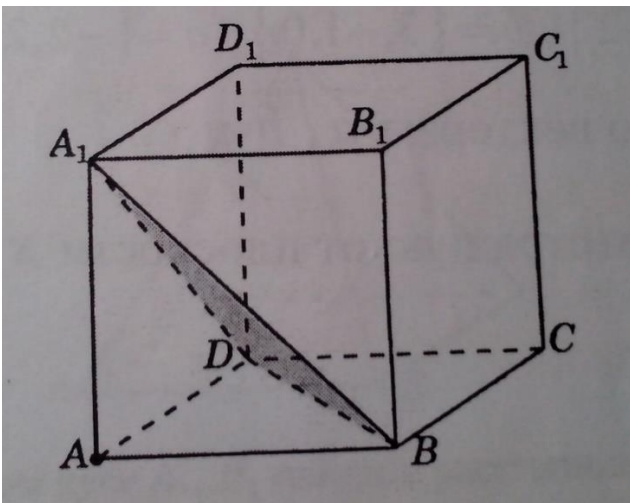
Пример 2. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние от точки A до прямой BD_1 . (Ответ: $\sqrt{\frac{2}{3}}$)

Рисунок:

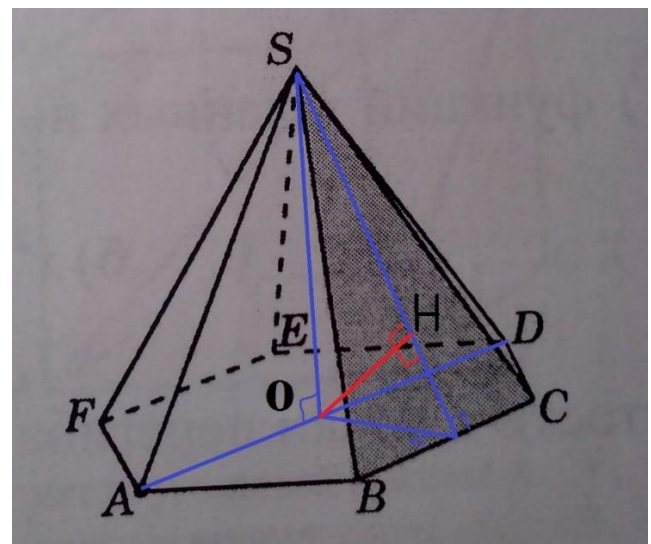
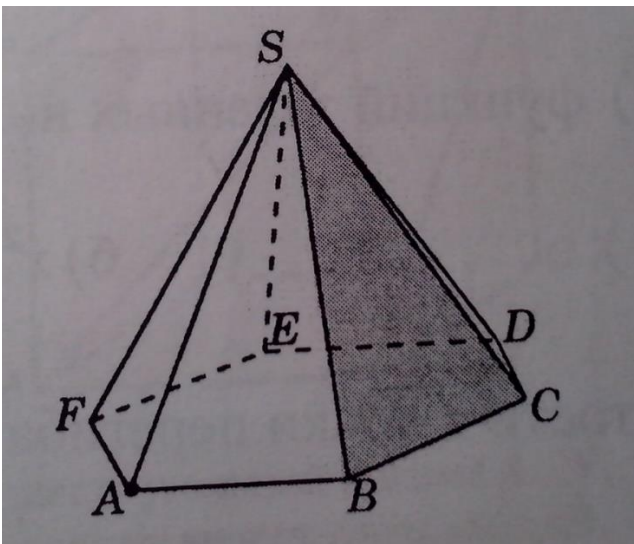


Пример 3. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние от точки A до плоскости BDA_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$)

Рисунок с доп. построением:

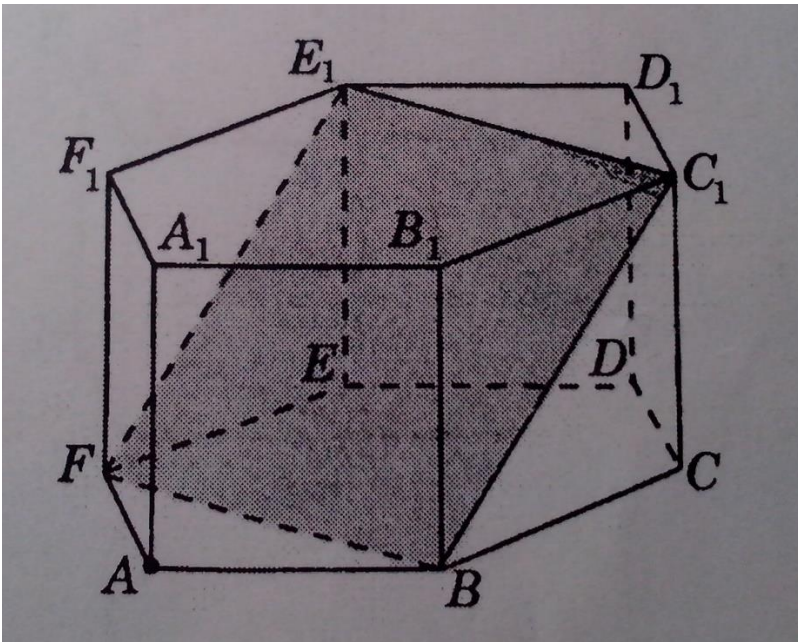


Пример 4. В правильной 6-ти угольной пирамиде $SABCDEF$, ребро основания которой равно 1, а боковое ребро – 2, найдите расстояние от точки A до плоскости SBC . (Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{5}$) Рисунок с доп. построением:



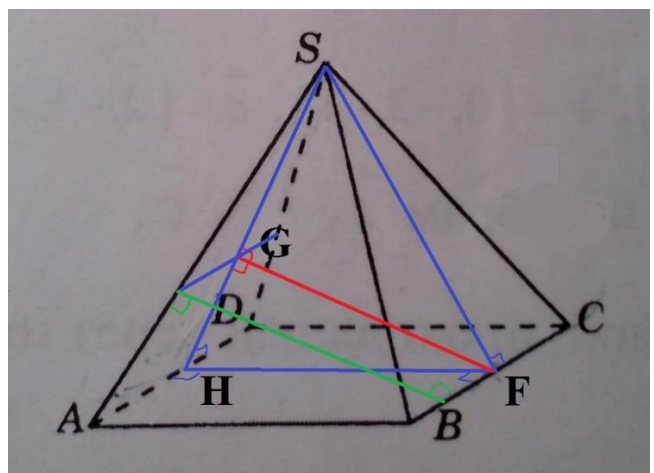
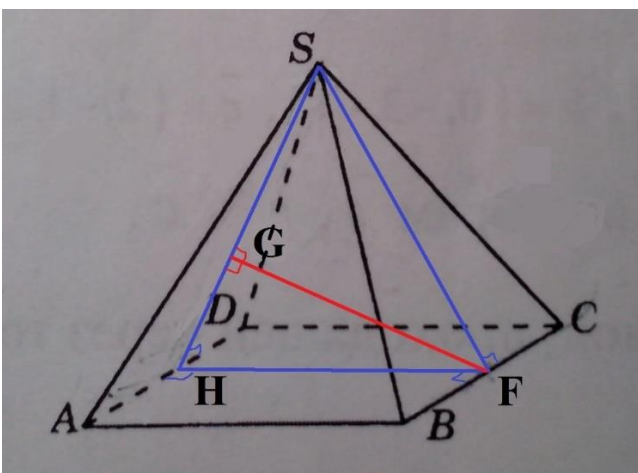
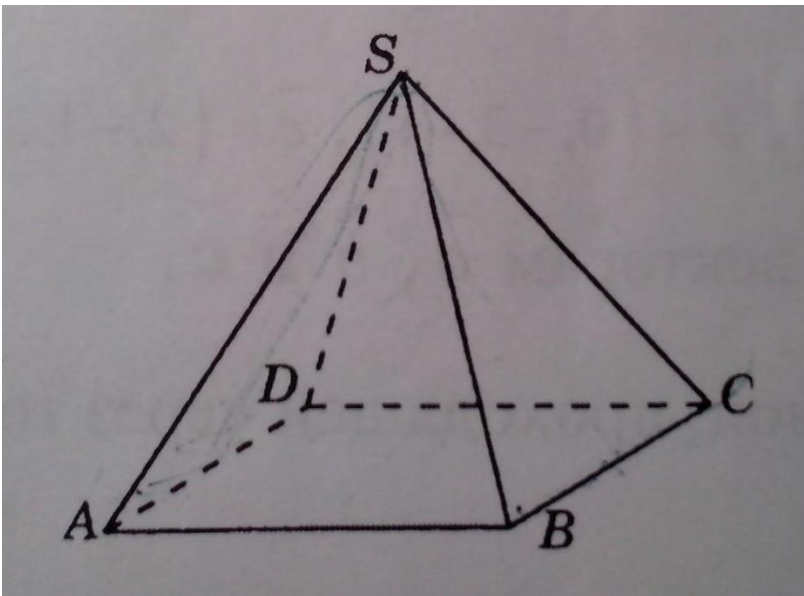
Пример 5. В правильной 6-ти угольной призме $AB \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости BFE_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$)

Рисунок:



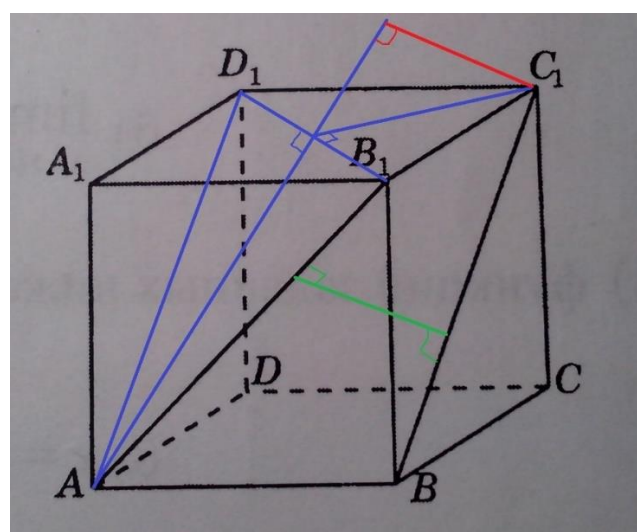
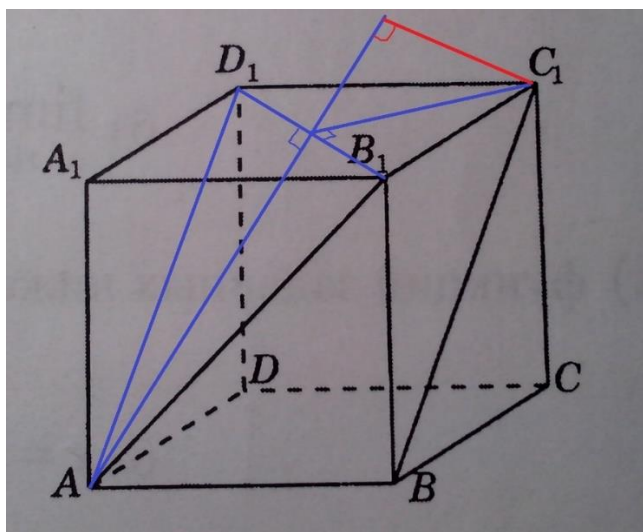
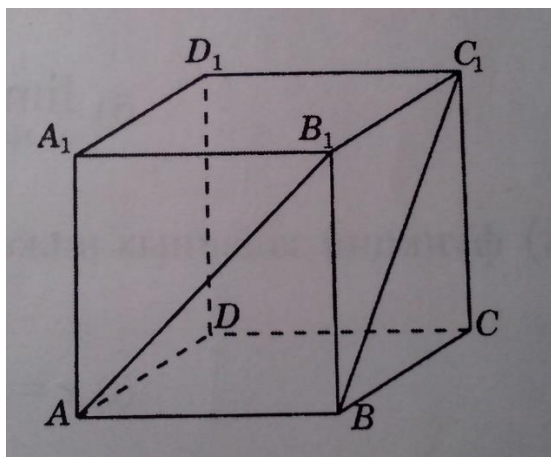
Пример 6. В правильной 4-х угольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми SA и BC . (Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$)

Рисунок с доп. построением:



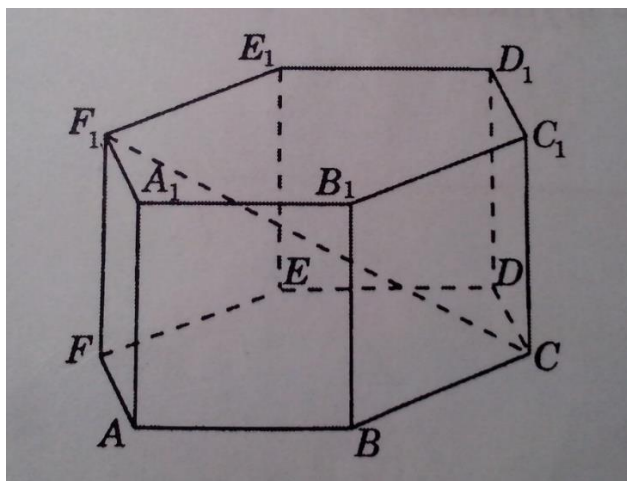
Пример 7. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$)

Рисунок с доп. построением:



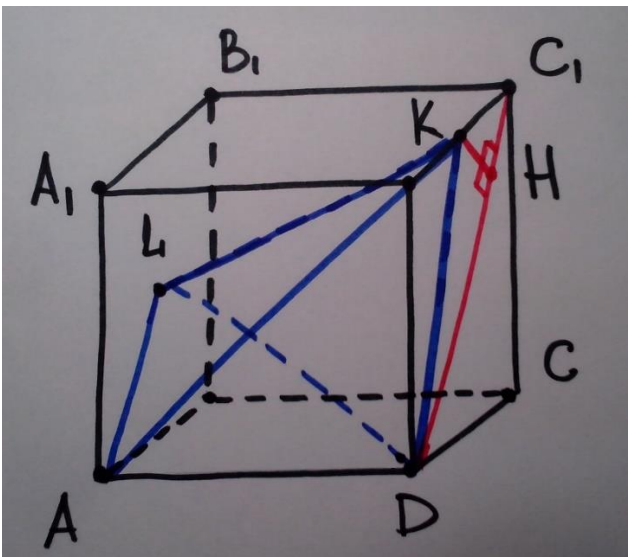
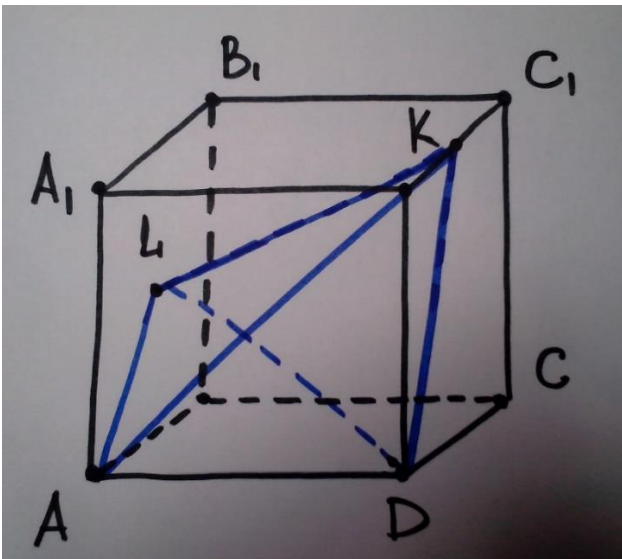
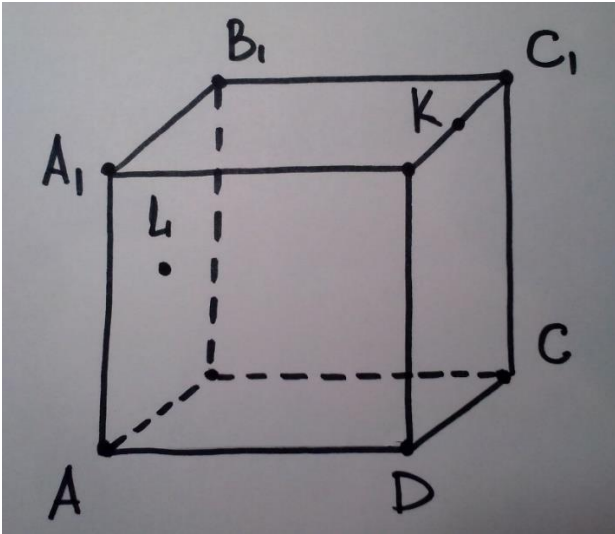
Пример 8. В правильной 6-ти угольной призме $AB \dots F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AA_1 и CF_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

Рисунок:



Пример 9. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K – середина ребра $C_1 D_1$, а точка L – центр грани $AA_1 B_1 B$. Найдите длину ребра куба, если объем многогранника $ADKL$ равен 9. (Ответ: 6)

Рисунок с доп. построением:



Вспомогательные теоремы и свойства:

Теорема (о 3-х перпендикулярах) Если проекция наклонной, проведенной к плоскости, перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в плоскости, то и сама наклонная перпендикулярна той же прямой.

Теорема (обратная о 3-х перпендикулярах) Если наклонная, проведенная к плоскости, перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в плоскости, то и проекция наклонной перпендикулярна той же прямой.

Теорема (признак перпендикулярности прямой и плоскости) Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся в плоскости прямым, то она перпендикулярна и самой плоскости.

Свойство прямой, перпендикулярной плоскости Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна каждой прямой, лежащей в этой плоскости.

Теорема (признак перпендикулярности плоскостей) Если одна из плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную второй плоскости, то плоскости перпендикулярны.

Свойство параллельных плоскостей при пересечении третьей плоскостью. При пересечении двух параллельных плоскостей третья плоскость высекает на них параллельные прямые.